

## ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертационную работу Полякова Дмитрия Михайловича  
«Метод подобных операторов в спектральном анализе линейных операторов»,  
представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических  
наук по специальности 01.01.01 «Вещественный, комплексный и функциональный  
анализ»

Актуальность темы исследования. Диссертационная работа посвящена исследованию спектральных свойств обыкновенных дифференциальных операторов второго и четвертого порядка с комплексными коэффициентами на конечном интервале. Несмотря на огромное количество научных работ, посвященных этим операторам, многие вопросы до сих пор остаются малоисследованными. В особенности это касается операторов высшего порядка с негладкими комплексными коэффициентами. В спектральном анализе таких операторов возникают различные проблемы. Часть проблем связана с техническими сложностями при вычислении асимптотик фундаментальных решений. Именно, в отличие от операторов второго порядка, в том числе матричных, здесь при вещественных значениях спектрального параметра имеются как ограниченные, так и экспоненциально растущие решения. Надо суметь выделить вклад в асимптотику от ограниченных решений на фоне растущих решений. Имеются и некоторые принципиальные трудности. Например, до сих пор неясно, как надо правильно ставить обратную спектральную задачу для операторов четвертого порядка с периодическими коэффициентами, хотя соответствующая задача для операторов второго порядка давно и хорошо изучена. В диссертационной работе для решения части указанных проблем предлагается применить новый метод подобных операторов, развитый в работах математиков воронежской школы, прежде всего, проф. А.Г.Баскакова. Этот метод применен для вычисления асимптотик собственных значений и собственных проекторов различных краевых задач для операторов второго и четвертого порядков. Отмеченные выше обстоятельства позволяют говорить о том, что проведенное соискателем исследование является актуальным, и обладает несомненной научной новизной.

Краткое содержание работы и основные результаты. Работа состоит из введения и четырех глав. Во введении дается обзор литературы. Обсуждаются различные методы, применяемые в спектральном анализе обыкновенных дифференциальных операторов. Также введение содержит краткое изложение основных результатов работы в соответствии с разбиением на главы.

В первой главе приведены некоторые известные результаты спектральной теории операторов, необходимые для дальнейшего изложения. Кроме того, здесь даны основы метода подобных операторов.

Во второй главе рассматривается периодическая и антипериодическая краевая задача для оператора четвертого порядка. Использование метода подобных операторов позволяет получить асимптотики собственных значений и оценки отклонений собственных проекторов. Построена аналитическая полугруппа операторов, генератором которой является оператор исследуемой краевой задачи.

В третьей главе метод подобных операторов применяется для исследования операторов краевых задач типа Дирихле и Дирихле-Нейман для оператора четвертого порядка. Здесь также удается получить асимптотики собственных значений и собственных проекторов и построить аналитическую полугруппу.

В четвертой главе рассматриваются несамосопряженные операторы Шредингера. В отличие от операторов четвертого порядка, рассмотренных в предыдущих главах, операторам второго порядка посвящена огромная литература. Следует отметить, однако, что автору и здесь удается получить некоторые новые оценки.

Общая характеристика работы. Работа в целом производит очень хорошее впечатление. Рассмотрев различные задачи, автор продемонстрировал широкие возможности метода. При этом получены либо новые оценки, либо оценки, уточняющие ранее известные.

Новизна и научная ценность полученных результатов заключается в том, что для исследования спектральных свойств дифференциальных операторов применен новый метод, позволяющий уточнить известные асимптотические оценки собственных значений и спектральных проекторов.

Практическая и теоретическая значимость. Полученные в работе результаты важны как для решения прикладных задач, так и для теоретических исследований:

- 1) результаты работы могут напрямую применяться при решении задач теории упругости, гидроакустики, строительства и т.д.;
- 2) полученные результаты являются существенными для продвижения в исследовании нестационарных и обратных задач для рассмотренных классов операторов;
- 3) метод может быть распространен на широкий класс важных для приложений краевых задач для уравнений в частных производных.

Научная обоснованность и достоверность результатов обеспечивается тем, что все результаты работы аккуратно сформулированы и доказаны.

Из существенных недостатков работы можно отметить следующие.

1. Оператор четвертого порядка записывается в несимметричной форме. Возможно, использование симметричной формы дало бы более простые выражения для коэффициентов в асимптотиках.

2. Асимптотики собственных значений и спектральных проекторов не могут считаться полными, поскольку не подсчитано число собственных значений в круге большого радиуса и размерность соответствующего спектрального проектора.
3. Некоторые из полученных асимптотик уточняют известные из прежних работ. Следовало бы провести сравнение результатов. Это послужило бы дополнительным контролем правильности вычислений.

Указанные недостатки не снижают ценности полученных результатов.

Заключение. Диссертационная работа Д.М.Полякова выполнена на высоком научном уровне. Результатом работы является решение важных задач актуального направления в математическом анализе и теории дифференциальных уравнений. Приведенные результаты можно классифицировать как новые, обоснованные и имеющие большое практическое и научное значение.

Оформление диссертации соответствует установленным требованиям. Основные научные результаты своевременно и в полном объеме опубликованы в рецензируемых журналах, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ. Автореферат полностью и правильно отражает основное содержание диссертации.

Работа отвечает требованиям п.9 Положения о порядке присуждения ученых степеней к кандидатским диссертациям по специальности 01.01.01 «Вещественный, комплексный и функциональный анализ», а ее автор Дмитрий Михайлович Поляков заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по указанной специальности.

Официальный оппонент - Андрей Васильевич Баданин,  
кандидат физико-математических наук, доцент,  
доцент кафедры высшей математики и математической физики  
Санкт-Петербургского государственного университета  
198504, Санкт-Петербург, Старый Петергоф, ул. Ульяновская, д.1,  
тел. (812) 4287579

Электронная почта: [a.badanin@spbu.ru](mailto:a.badanin@spbu.ru) [a.badanin@mail.ru](mailto:a.badanin@mail.ru)

ЛИЧНУЮ ПОДПИСЬ  
ЗАВЕРЯЮ. НАЧАЛЬНИК  
ОТДЕЛА КАДРОВ №3  
Н. И. МАШТЕПА

20.10.2016



Документ подготовлен  
в порядке исполнения  
трудовых обязанностей